



Основи плазмової електроніки

Частина 2.

А.М. Кіндратенко
В.І. Ткаченко

Осінь 2021

Частина 2.

Нестійкість потоків у лінійному гідродинамічному наближенні з урахуванням теплового руху частинок.

2.1. Дисперсійне рівняння при збудженні косих хвиль холодним пучком малої густини у плазмі з урахуванням теплового руху та зіткнень частинок плазми.

Для в'яснення умов збудження та особливостей розвитку нестійкості при збудженні пучком косих хвиль розглянемо просту модель однорідної електронної плазми, у якій всі збурення відбуваються у площині xOz . Розглядаємо високочастотні коливання, тому рухом іонів нехтуємо.

Нехай середня теплова швидкість електронів плазми V_{Te} та пучка V_{Tb} набагато менші від незбуреної швидкості пучка $V_{0b} \equiv V_0$. У цьому випадку їх можна представити як дві взаємопроникаючі електронні рідини і описувати рівняннями гідродинаміки і Пуассона. У відсутності сталого магнітного поля вони мають такий вигляд :

$$\frac{\partial \vec{V}_\alpha}{\partial t} + (\vec{V}_\alpha \nabla) \vec{V}_\alpha = \frac{e}{m} \nabla \Phi - \frac{\nabla P_\alpha}{m_e n_\alpha} - \nu_\alpha (\vec{V}_\alpha - \vec{V}_{0\alpha}); \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \text{div}(n_\alpha \vec{V}_\alpha) = 0; \quad (2.2)$$

$$\text{div} \vec{E} = -\Delta \Phi = -4\pi e \sum_\alpha (n_\alpha - n_{0\alpha}), \quad (2.3)$$

де $\vec{V}_\alpha$ та n_α - гідродинамічна швидкість та густина частинок гатунку α ; показник α приймає значення "e" (електрони плазми) або "b" (електрони пучка); -e- заряд; m_e - маса електрона; ν_α - частота зіткнень; $n_{0\alpha}$ - рівноважна густина; P_α - тиск частинок гатунку α . Припускаємо, що пучок нерелятивістський, а електричний заряд електронів плазми та пучка урівноважений додатнім зарядом нерухомих іонів.

Вважаємо, що $n_\alpha = n_{0\alpha} + \tilde{n}_\alpha$; $\vec{V}_\alpha = \vec{V}_{0\alpha} + \tilde{\vec{V}}_\alpha$; $|\tilde{n}_\alpha| \ll n_{0\alpha}$; $|\tilde{\vec{V}}_\alpha| \ll V_0$, де $\tilde{n}_\alpha, \tilde{\vec{V}}_\alpha$ - відхилення від рівноважних значень. Припускаємо лінійну залежність тиску від густини ($P_\alpha = n_\alpha T_\alpha$, T_α - температура частинок гатунку α) і нехтуємо добутками малих величин. Тоді отримуємо лінійну систему рівнянь :

$$\frac{\partial \tilde{V}_\alpha}{\partial t} + (\tilde{V}_{0\alpha} \nabla) \tilde{V}_\alpha = \frac{e}{m_e} \nabla \Phi - \frac{V_{T\alpha}^2}{n_{0\alpha}} \nabla \tilde{n}_\alpha - v_\alpha \tilde{V}_\alpha \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial \tilde{n}_\alpha}{\partial t} + \text{div} (n_{0\alpha} \tilde{V}_\alpha + n_\alpha \tilde{V}_{0\alpha}) = 0 \quad (2.5)$$

$$\Delta \Phi = 4\pi e \sum_\alpha \tilde{n}_\alpha \quad (2.6)$$

де $V_{T\alpha} = T_\alpha / m_e$ - теплова швидкість.

Її будемо розв'язувати методом Фур'є, вважаючи залежність збурень від координат та часу у вигляді

$$\tilde{n}_\alpha, \tilde{V}_\alpha, \Phi \sim \exp[i(k_x x + k_z z - \omega t)] \quad (2.7)$$

Така залежність описує плоску біжучу хвилю. Очевидно, що ω - її частота, $\vec{k} = (k_x, 0, k_z)$ - хвильовий вектор. Якщо гідродинамічна швидкість електронів плазми $V_{0e} = 0$, незбурена швидкість електронів пучка спрямована вздовж осі $\vec{z}$, а тепловою швидкістю та частотою зіткнення частинок пучка знехтуємо, то із системи рівнянь (2.4 - 2.6) отримаємо дисперсійне рівняння, яке визначає частоту через хвильовий вектор:

$$\varepsilon_p(\omega, \vec{k}) - \frac{\Omega_b^2}{(\omega - k_z V_0)^2} = 0, \quad (2.8)$$

$$\text{де} \quad \varepsilon_p(\omega, \vec{k}) = 1 - \frac{\Omega_e^2}{\omega(\omega + i\nu_e)} - \frac{\vec{k}^2 V_{Te}^2}{\omega^2} \quad (2.9)$$

діелектрична проникливість "теплої" плазми у відсутності пучка, $\vec{k}^2 = k_x^2 + k_z^2$.

2.2 Збудження ленгмюрівських хвиль пучком малої густини.

Коли $\Omega_b = 0$, рівняння (2.8) описує ленгмюрівську хвилю. Вона поширюється зі слабким загасанням, якщо $\nu_e \ll \omega$, а фазова швидкість $V_\phi = \omega / |\vec{k}| \gg V_{Te}$. Ці умови надалі будемо вважати виконаними.

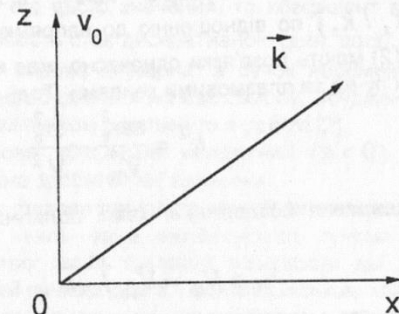
Нехтуючи тепловою швидкістю та частотою зіткнення електронів плазми, з (2.8) отримуємо рівняння, яке було досліджене в 1.5.

Раніше було з'ясовано, що реактивні гідродинамічні нестійкості у середовищі з від'ємною діелектричною проникливістю до випромінювання хвиль не приводять, а приводять лише до бунчування пучка, який несе з собою електричне поле. Розглянемо нестійкості, пов'язані з поперечним випромінюванням хвиль пучком, що має місце лише у випадку $\varepsilon > 0$.

Якщо заряджена частинка рухається у середовищі зі швидкістю, більшою за фазову швидкість електромагнітної хвилі, то вона випромінює. Це випромінювання можна пояснити таким чином. Кулонівське поле, яке несе з собою заряджена частинка, не може рухатися швидше, ніж фазова швидкість електромагнітної хвилі, а тому "відривається" від частинки і поширюється вже у вигляді електромагнітної хвилі. Очевидно, що випромінювання збережеться,

якщо замість однієї частинки буде рухатися правильна послідовність згустів. Такою послідовністю може бути пучок, слабо модульований по густині на певній частоті. Якщо при його русі внаслідок випромінювання хвиль глибина модуляції буде зростати, то має місце нестійкість.

Знехтуємо зіткненнями електронів плазми і дослідимо рівняння (2.8) у випадку косоного розширення хвиль, коли $k_x^2 \neq 0$ (мал.2.1). Запишемо його у такому вигляді



Мал.2.1. Косе поширення хвиль.

$$\varepsilon_p(\omega, \vec{k})(\omega - k_z V_0)^2 - \Omega_b^2 = 0 \quad (2.10)$$

У випадку малої густини пучка ($\Omega_b \rightarrow 0$) у першому наближенні розв'язки останнього рівняння

$$\left. \begin{aligned} \omega_{3,4} &= k_z V_0, \\ \varepsilon_p(\omega_0, \vec{k}) &= \varepsilon(\omega_0) - \frac{V_{Te}^2}{\omega_0^2} (k_x^2 + k_z^2) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

При врахуванні кінцевої густини пучка вироджений розв'язок $\omega_{3,4}$ розщеплюється

$$\omega_{3,4} = k_z V_0 \mp \Omega_b / \sqrt{\varepsilon_p(k_z V_0, \vec{k})} \quad (2.12)$$

Не важко знайти добавку до частоти ω_0 , обумовлену пучком, яка знаходиться з рівняння (2.11), але якщо $\omega \neq k_z V_0$, вона не істотна.

Вираз (2.12) описує собою швидку (ω_4) та повільну (ω_3) хвилі густини заряду пучка, що рухається в середовищі з діелектричною проникливістю $\varepsilon_p(k_z V_0, \vec{k})$. Якщо $\varepsilon_p > 0$, то фазова швидкість $V_\phi = \omega_4 / k_z$ швидкої хвилі більша за швидкість пучка, а повільної - менша за неї. Якщо $\varepsilon_p < 0$, то розв'язок ω_3 нестійкий, і мале збурення густини пучка експоненціально

зростає в часі зі швидкістю зростання (інкрементом)

$$\delta_N = \text{Im} \omega_3 = \Omega_b / \sqrt{\epsilon_p (k_x V_0, \vec{k})}$$

Порівнюючи це значення з нерезонансним інкрементом зростання при збудженні невласних коливань (1.20), бачимо, що ϵ_p відіграє роль діелектричної проникливості (діюча або ефективна діелектрична проникливість).

Якщо діелектрична проникливість холодної плазми (1.15) $\epsilon > 0$, то друге з рівнянь (2.11) описує плазмові хвилі, що поширюються під кутом $\theta = \arctg(k_x / k_z)$ по відношенню до напрямку руху пучка. У випадку, коли рівняння (2.12) мають розв'язки одночасно, має місце резонанс між зносними коливаннями пучка та плазмовими хвилями. Тоді

$$k_x^2 = \frac{\epsilon \omega_0^2}{V_{Te}^2} - \frac{\omega_0^2}{V_0^2} \quad (2.13)$$

Умова поширення поздовжньої хвилі полягає в тому, що $k_x^2 > 0$, звідси випливає

$$V_0 > V_{\phi} = V_{Te} / \sqrt{\epsilon}, \quad \epsilon > 0 \quad (2.14)$$

Таким чином, нестійкість можлива, якщо частота хвилі більша за ленгмюрівську частоту плазми ($\epsilon > 0$), а швидкість пучка більша за фазову швидкість хвилі. Це і є умова випромінювання на основі явища Вавилова-Черенкова, але не частинкою, а пучком. З рівняння (2.10) знайдемо комплексну добавку до частоти $\delta = \text{Re} \delta + i \text{Im} \delta$, якщо покладемо

$$\omega = k_x V_0 + \delta = \omega_0 + \delta, \quad |\delta| \ll \omega_0$$

Тоді

$$\text{Im} \delta = \frac{\sqrt{3}}{2^{4/3}} \alpha^{1/3} \omega_0; \quad \text{Re} \delta = -\frac{1}{2^{4/3}} \alpha^{1/3} \omega_0, \quad \alpha = n_{0b} / n_{0e} \quad (2.15)$$

Межа нестійкості при збудженні ленгмюрівських коливань з боку менших частот визначається з рівняння $\text{Re} \epsilon = 0$, тобто $\text{Re} \omega = \Omega_e$. Частота збуджуваної хвилі визначається з другого рівняння (2.11):

$$\omega_0^2 = \Omega_e^2 + V_{Te}^2 (k_x^2 + k_z^2) \quad (2.16)$$

Чим більша частота, тим більший інкремент (2.15). $k_z = \omega_0 / V_0 \approx \Omega_e / V_0$ - задане. Отже, частота ω_0 залежить від k_x , яке залишається невизначеним. Знайдемо його з умови, що інкремент (2.15) має бути більшим за коефіцієнт загасання, обумовлений резонансною взаємодією швидких частинок плазми з хвилею:

$$\alpha^{1/3} \omega_0 \geq \frac{\Omega_e}{(\vec{k} r_D)^3} \exp\left(-\frac{1}{2 \vec{k}^2 r_D^2}\right)$$

або

$$\alpha^{1/3} \geq \frac{1}{(\vec{k} r_D)^3} \exp\left(-\frac{1}{2 \vec{k}^2 r_D^2}\right) \quad (2.17)$$

де $r_D = V_{Te} / \Omega_e$ - Дебаївський радіус.

Через те, що $\alpha^{1/3} \ll 1$, приблизно

$$\vec{k}^2 r_D^2 \leq \frac{-1}{2 \ln \alpha^{1/3}} \quad (2.18)$$

Якщо $\vec{k}^2 r_D^2$ більше від цього значення, то коефіцієнт загасання перевищує інкремент (2.15), нестійкість стає дисипативною (див. далі).

Внаслідок того, що задача двумірна, а пучок необмежений вздовж осі $\vec{x}$, просторовий коефіцієнт збудження не має смислу. Збудження поздовжніх хвиль просторово обмеженим пучком розглянуто в роботі [2].

Порівнюючи умови збудження невласних ($\epsilon < 0$) та власних ($\epsilon > 0$) коливань плазми, можна зробити такі висновки.

1. В обох випадках фазова швидкість має бути меншою за швидкість пучка. Але для невласних хвиль вона визначається пучком і близька до його швидкості. Для власних хвиль фазових швидкості дві: одна визначається зносними коливаннями пучка, а друга - ленгмюрівською хвилею (властивостями плазми) і може бути значно меншою, ніж швидкість пучка.

2. Частота, а отже, і швидкість зростання при збудженні власних коливань ($\omega > \Omega_e$), більші, ніж невласних ($\omega < \Omega_e$) так що при рівних амплітудах (розмахах) модуляції будуть збуджуватись власні хвилі.

3. Якщо пучок не модульований, то нестійкість починається з флуктуаційного рівня, а флуктуації електричного поля та густини плазми мають найбільше значення в області частот ω_0 [3]. Отже, немодульований пучок збуджує власні хвилі.

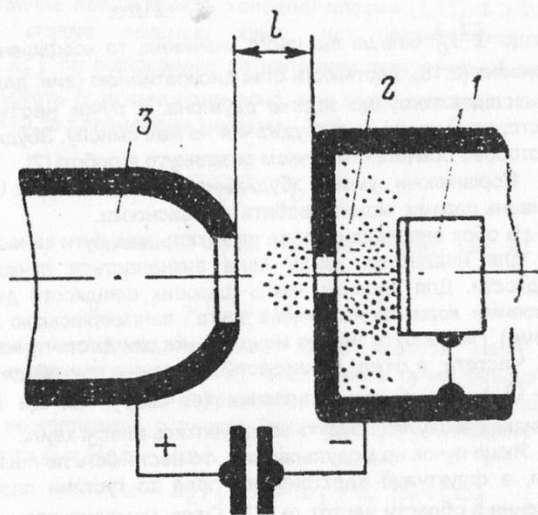
4. Власні хвилі поширюються під кутом θ до пучка, в той час як невласні - вздовж напрямку руху пучка. Якщо взяти до уваги, що в умовах експерименту як правило $V_0 \gg V_{Te} / \sqrt{\epsilon}$, то $k_x \gg k_z$ і кут θ близький до $\pi / 2$. В досліді плазмово-пучкова взаємодія здійснюється у хвильоводі, а тому власні хвилі можна реєструвати на бічній стінці, в той час як невласні - лише на горцях, бо в область плазми без пучка вони не виходять.

5. Нестійкість, пов'язана зі збудженням власних коливань, можна уявити як наслідок взаємодії двох хвиль: повільної хвилі густини заряду пучка та плазмової хвилі. При збудженні невласних коливань представлення збурення у вигляді двох хвиль не має змісту, бо хвилі мають однакові характеристики і нерозпізнанні.

2.3. Прискорення іонів внаслідок нестійкості радіально обмеженого пучка у плазмі.

Вчених різних країн привертають увагу ідеї колективного прискорення іонів. З цією метою пропонується використовувати великі поля, що виникають при поширенні сильноточових електронних пучків. Можливі галузі застосування

таких іонів: дослідження по керованому термоядерному синтезу, фундаментальні дослідження з ядерної фізики, матеріалознавство, радіаційна медицина тощо. В 1957 р. А.Плютто з працівниками (Сухумський ФТІ) вперше спостерігали аномально швидкі іони у плазмовому діоді [4] (схема дослідної установки показана на мал. 2.2), а в 1960 р. ті ж вчені при дослідженні електронних пучків, які формувалися із плазми вакуумних іскор, виявили іони, енергія яких перевищує прикладену прискорюючу напругу в 10-100 разів [5].

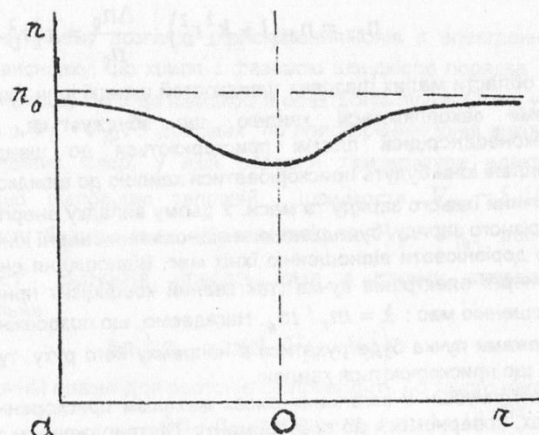


Мал. 2.2. Схема дослідної установки А. Плютто.

В наступних дослідках вивчалися струми пучків, енергетичні характеристики, кількість та склад прискорених іонів, мить та область прискорення іонів, вплив геометрії системи, а також прискорення релятивістськими пучками.

Для пояснення цих дослідів пропонувалися різні теорії та фізичні моделі, але вони виявилися не досконалими і не спроможні були їх пояснити, за винятком однієї, яку ми зараз і розглянемо [6].

Нехай в початково однорідній плазмі рухається циліндричний пучок, радіус якого a набагато більший від дебаєвського радіуса $r_D = \Omega_e / V_{Te}$ та менший від розмірів плазми. Тоді в області пучка з плазмою збуджуються ленгмюрівські хвилі. Вони будуть частково поглинатися і нагрівати плазму, збільшуючи газокінетичний тиск плазми у цій області. З огляду на цю обставину, а також внаслідок розштовхування електронів плазми некомпенсованим пучком електронів та дією сили Міллера [7], густина електронів плазми в області пучка стане меншою, ніж зовні його (мал.2.3).



Мал.2.3. Зміна густини електронів плазми в області пучка. a - радіус пучка.

У цьому випадку діелектрична проникливість буде залежати від координати :

$$\varepsilon = \varepsilon(r) = 1 - \Omega_e^2(r) / \omega^2 \quad (2.19)$$

При зростаючій від центра густині $\Omega_e^2(r)$ також зростає, $\varepsilon(r)$ - зменшується, а фазова швидкість поздовжньої ленгмюрівської хвилі

$$V_\phi = \frac{\omega_0}{\sqrt{k_\perp^2 + k_z^2}} = \frac{V_{Te}}{\sqrt{\varepsilon(r)}} \quad (2.20)$$

зростає і може досягти найбільшого значення V_0 , коли $k_\perp$ стане рівним нулеві. При цьому траєкторія поздовжньої ленгмюрівської хвилі викривляється. Якщо в області пучка, як правило в дослідках, $k_\perp \gg k_z$, $\theta \approx \pi / 2$, то за його межами $k_\perp$ убуває і прямує до нуля, кут θ - також до нуля, так що пучок та хвиля будуть поширюватися співнаправлено. Величину зміни густини електронів плазми n_{0e} , при якій має місце це явище, можна оцінити, якщо скористатись такими міркуваннями. Якщо в області пучка

$$k_\perp^2 = \frac{\varepsilon \omega^2}{V_{Te}^2} - k_z^2 > 0,$$

тобто

$$\omega_1^2 = \Omega_{e1}^2 + V_{Te}^2 (k_\perp^2 + k_z^2), \quad (2.21)$$

то у плазмі без пучка з умови $k_\perp = 0$ отримаємо

$$\omega_2^2 = \Omega_{e2}^2 + k_z^2 V_{Te}^2 \quad (2.22)$$

де $\Omega_{e1,2}$ - ленгмюрівські частоти електронів плазми в області пучка та за його межами. Через те, що частота поздовжньої хвилі не змінюється, тобто $\omega_1 = \omega_2$ маємо :

$$n_{02} = n_{01}(1 + k_{\perp}^2 r_D^2) ; \quad \frac{\Delta n_0}{n_0} = k_{\perp}^2 r_D^2 \ll 1 \quad (2.23)$$

В області малих фазових швидкостей швидкі іони (їхня швидкість $V_i \sim V_{Te}$) плазми захоплюються хвилею, що збуджується, і при поширенні в слабконеоднорідній плазмі прискорюються до швидкості пучка. Отже, захоплені іони будуть прискорюватися хвилею до швидкості V_0 не залежно від величини їхнього заряду та маси. У цьому випадку енергія іонів однакової маси, але різного заряду, буде рівною, а відношення енергії іонів, які мають різні маси, буде дорівнювати відношенню їхніх мас. Відношення енергії прискорених іонів до енергії електронів пучка (так званий коефіцієнт прискорення k) дорівнює відношенню мас: $k = m_i / m_e$. Нагадаємо, що поздовжня ленгмюрівська хвиля за межами пучка буде рухатися в напрямку його руху, туди ж мають рухатися і іони, що прискорюються хвилею.

Розглянувши в загальних рисах механізм прискорення іонів в електронних пучках, повернемося до експерименту. Підтвердженням тієї обставини, що іони прискорюються хвилею зі змінною фазовою швидкістю, є незалежність енергії іонів C^{+n} ($n=1,2,3,4$) від n та напрямку руху прискорених іонів у напрямку руху пучка. Це повністю узгоджується з висновками теорії.

Енергія іонів C^{+n} перевищує енергію іонів H^+ у 8-10 разів, у той час як теорія дає

$$W_{C^{+n}} / W_{H^+} = m_{C^{+n}} / m_{H^+} \approx 12$$

Пояснення цьому невеликому розходженню експерименту з висновками теорії можна знайти навіть у самих авторів дослідів.

При дослідженні залежності енергії прискорених іонів від величини прискорюючої напруги U_0 було встановлено, що найбільша енергія прискорених іонів зростає лінійно з U_0 , що повністю узгоджується з висновками теорії. При підвищенні U_0 швидкість електронів пучка $V_0 \sim U_0^{1/2}$, іони прискорюються до швидкостей пучка, отже $V_i \approx V_0 \sim U_0^{1/2}$, а енергія прискорених іонів $W_i \sim V_i^2 \sim U_0$, тобто має місце лінійна залежність W_i від U_0 .

Найбільший коефіцієнт підсилення іонів k у дослідях приймав значення в межах $10 \div 100$, в той час як теоретично розрахований мав бути порядком 10^3 . Але досить навіть візуального ознайомлення з осцилограми в роботі [8], щоб зробити висновок про те, що прискорені іони були отримані в ту мить, коли змінна прискорююча напруга була далека від свого найбільшого значення U_0 . Отже, в момент прискорення електрони пучка рухались не з найбільшою швидкістю V_0 , а зі швидкістю $V \ll V_0$. В той же час при отриманні k автори дослідів використовували відношення найбільшої енергії іонів, отриманих у мить, коли $U \ll U_0$, до найбільш можливого значення прискорюючої напруги U_0 .

При теоретичному розгляді прискорення іонів в електронних пучках ми прийшли до висновку, що хвиля з фазовою швидкістю порядку V_{Te} захоплює іони, а потім прискорює їх до швидкості електронів пучка. Отже, у плазмі мають існувати іони з $V_i \sim V_{Te}$. У дослідях по прискоренню іонів використовувалась плазма вакуумних іскор, у якій середня температура електронів плазми $T_e \sim 1 \text{ ev}$, що відповідає тепловій швидкості $V_{Te} \sim 5 \cdot 10^7 \text{ см/сек}$. Захоплюватися будуть іони зі швидкостями $V_i \sim V_{Te}$, або з енергіями $W_i \sim 2 \cdot 10^3 \text{ ev}$. Відносна кількість іонів з такими енергіями у плазмі пропорційна

$$\Delta n / n_{0i} \sim \exp(-V_{Te}^2 / V_{Ti}^2) \quad (2.24)$$

В ізотермічній плазмі для протонів це приводить до такого наслідку:

$$\Delta n / n_{0i} \sim \exp(-m_i / m_e) \approx 10^{-798},$$

тобто іонів, які могли б захопитися у прискорення поздовжньою хвилею, не існує. Отже, для узгодження теорії з дослідями необхідно знайти джерела іонів з енергіями $W_i \sim 2 \cdot 10^3 \text{ ev}$. Виявляється, що в цих дослідях є три джерела, з яких у розряд можуть поступити іони з $V_i \sim V_{Te}$ [8].

Таким чином, якщо пучок рухається в неоднорідній плазмі, то він може прискорювати іони. Але якщо пучок рухається в однорідній плазмі, густина якої повільно зростає з часом (що може бути при нагріванні плазми хвилею), то картина прискорення іонів не змінюється. Адже у виразах (2.19) та (2.20) не має значення, внаслідок якої фізичної причини зменшується діелектрична проникливість плазми ϵ під час поширення хвилі.

Зазначимо, що розглянутий тут спосіб прискорення іонів ленгмюрівською хвилею може бути джерелом космічних іонів великої енергії.

2.4. Плазма - пучок як підсилювач коливальний.

До цього часу ми розглядали нестійкості, які розгортаються у часі. Такий розгляд передбачає необмежену плазму, в яку вкладений необмежений пучок. Можлива інша постановка задачі, коли модульований певною частотою пучок входить в напівобмежену плазму, і нестійкість розгортається у просторі. Якщо перша задача є задачею на збудження коливальних, то у другій плазма-пучок підсилюють коливання.

Дисперсійне рівняння, яке описує явище підсилення коливальних, має той же вигляд (2.8), в якому покладемо $K_x = 0$ і знехтуємо зіткненнями частинок ($\nu_e = 0$). Вважаючи частоту хвилі заданою, розв'язок рівняння (2.8) шукаємо у

вигляді $k_z \equiv k = \frac{\omega}{V_0} + \kappa$; $|\kappa| \ll \frac{\omega}{V_0}$. Для κ отримуємо кубічне рівняння:

$$\kappa^2 \left[\epsilon_p(\omega) + \kappa \frac{\partial \epsilon_p}{\partial k} \right] = \frac{\Omega_b^2}{V_0^2} \quad (2.25)$$

$$\varepsilon_p = 1 - \frac{\Omega_e^2}{\omega^2} - \frac{k^2 V_{Te}^2}{\omega^2}, \quad \frac{\partial \varepsilon_p}{\partial k} = -\frac{2V_{Te}^2}{V_0 \omega} \quad (2.26)$$

Якщо частота модуляції хвилі не близька до плазмової, так що $|\varepsilon_p| \approx |\varepsilon| \gg \left| k \frac{\partial \varepsilon_p}{\partial k} \right|$, то просторовий інкремент для нерезонансної частоти

$$\text{Im} \kappa = -\frac{\delta_N}{V_0} = -\frac{\alpha^{1/2} \Omega_e}{V_0 \sqrt{-\varepsilon(\omega)}} \quad (2.27)$$

З наближенням частоти модуляції пучка до плазмової $\text{Im} \kappa$ зростає, і при значеннях $-\varepsilon(\omega) \ll 1$ остання формула стає непридатною. Якщо $|\varepsilon_p| \ll |k \partial \varepsilon_p / \partial k|$, то просторовий інкремент виявляється найбільшим:

$$\text{Im} \kappa = \kappa_R = -\frac{\sqrt{3} \Omega_e}{2 V_0} \left(\frac{\alpha V_0^2}{2 V_{Te}^2} \right)^{1/3} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\Omega_e}{V_0} \left(\frac{\alpha V_0}{2 V_{gr}} \right)^{1/3} \quad (2.28)$$

де $V_{gr} = \partial \omega / \partial k = V_{Te}^2 / V_0$ - гуртова (групова) швидкість плазмової хвилі.

Резонансний просторовий інкремент (2.28) більший від нерезонансного (2.27) як по параметру α ($\alpha^{1/3}$ та $\alpha^{1/2}$ відповідно), так і по параметру $V_0 / V_{gr} \gg 1$. Якщо $V_{Te} \rightarrow 0$, то $\kappa_R \rightarrow \infty$. У цьому випадку енергія коливань не виноситься із області $L \sim 1/|k_R|$, яка являє собою резонатор, де відбувається її накопичення. При збільшенні температури електронів плазми зростає гуртова швидкість та винесення енергії, а просторовий інкремент зменшується.

2.5. Дисипативні нестійкості.

Втрати енергії в системі плазма-пучка, обумовлені зіткненнями частинок плазми, випромінюванням збуджуваної хвилі, резонансним загасанням хвилі або іншими дисипативними явищами, можуть привести до нестійкості повільної хвилі. Такі нестійкості називають дисипативними або резистивними (опоровими, від "opir").

Ми розглянемо нестійкість, обумовлену зіткненням електронів. Інші дисипативні нестійкості можна знайти в роботах [1,2].

У холодній плазмі ($V_{Te} = 0$) дисперсійне рівняння з урахуванням зіткнень частинок плазми має такий вигляд:

$$D(\omega, \vec{k}) = \text{Re} \varepsilon + i \text{Im} \varepsilon - \frac{\alpha \Omega_e^2}{(\omega - k_z V_0)^2} = 0, \quad (2.29)$$

де при умові $\omega \gg \nu$

$$\text{Re} \varepsilon = 1 - \frac{\Omega_e^2}{\omega^2}, \quad \text{Im} \varepsilon = \frac{\nu \Omega_e^2}{\omega^3}$$

Покладемо $\omega = k_z V_0 + \delta$, $|\delta| \ll k_z V_0 = \omega_0$. Тоді рівняння (2.29) приймає вигляд:

$$\varepsilon(\omega_0) + \delta \frac{\partial \varepsilon(\omega_0)}{\partial \omega} + i \text{Im} \varepsilon - \frac{\alpha \Omega_e^2}{\delta^2} = 0 \quad (2.30)$$

Інкремент дисипативної нестійкості буде найбільшим, якщо $|\varepsilon(\omega_0)| \ll \text{Im} \varepsilon$, тобто $\omega_0 \approx \Omega_e$. Тоді першим доданком в рівнянні (2.30) можна знехтувати.

Якщо $|\delta \partial \varepsilon / \partial \omega| \gg \text{Im} \varepsilon$, то можна знехтувати третім доданком, і в системі розвивається поляризаційна резонансна нестійкість. Якщо має місце зворотня нерівність, тобто

$$|\delta \partial \varepsilon / \partial \omega| \ll \text{Im} \varepsilon, \quad (2.31)$$

то в рівнянні (2.30) можна знехтувати другим доданком, а в системі розвивається дисипативна резонансна нестійкість:

$$\delta = (-1 + i) \Omega_e \left(\frac{\alpha \Omega_e}{2 \nu} \right)^{1/2} \quad (2.32)$$

Тепер умова (2.31) може бути записана у такому вигляді

$$\nu \gg \alpha^{1/3} \Omega_e, \quad (2.33)$$

тобто дисипативна нестійкість розвивається при малому відношенні густини пучка і плазми та досить великій частоті зіткнень електронів плазми.

Треба зазначити, що у необмеженій газовій плазмі умова (2.33) практично не виконується. Тому наближення без зіткнень є досить вдалим. Але в обмежених плазмових системах інші дисипативні явища можуть бути значно більшими, ніж обумовлені зіткненнями, і тому можуть відігравати вирішальну роль у пучково-плазмових нестійкостях.

Таким чином, втрати енергії не є необхідною умовою для стійкості системи. Зіткнення частинок (або інші дисипативні явища) при певних умовах будуть зменшувати інкремент нестійкості, але при інших обставинах можуть збуджувати нестійкість в умовах, коли без дисипації система стійка.

Литература

1. Электродинамика плазмы (А.И.Ахиезер, И.А.Ахиезер, Р.В.Половин, А.Г.Ситенко, К.Н.Степанов). Под ред. А.И.Ахиезера, М., Наука, 1974.
2. Кондратенко А.Н., Куклин В.М. Основы плазменной электроники. М., Энергоатомиздат, 1988.
3. Ситенко А.Г. Электромагнитные флуктуации в плазме. Харьков. Изд-во Харьковского университета, 1965.
4. Плутто А.А., Кварцхава И.Ф., Кервалидзе К.Н. Атомная энергия. 1957. Т.3, №8, с.153–157.
5. Плутто А.А., Беленсов П.Е., Короп Е.Д. и др. Письма ЖЭТФ. 1967.Т.6, №3, с.540–541.
6. Кондратенко А.Н., Костенко В.В. Журн. техн. Физ. 1989. Т.59, №1, с.125–130.
7. Миллер Р. Введение в физику сильноточных пучков заряженных частиц. М., Мир, 1984.
8. Плутто А.А., Суладзе К.В., Темчин С.М., Короп Е.Д. Атомная энергия. 1969. Т.27,5, с.418–423.