

КВАЗИСТАЦІОНАРНІ ПРИСКРИВАЧІ ПЛАЗМИ (КСПП)

1. Течії плазми в рамках ідеальної магнітогідродинамічної моделі

Закони збереження.

Рівняння Бернуллі.

Функції потоку.

Поняття ізомагнітності та ізобернуллієвості перебігу плазми.

2. Режим роботи прискорювача КСПУ

2.1. Прискорювальний режим.

2.2. Компресійний режим.

2.3. Епюри прискорювача/компресора.

2.4. Параметр обміну.

Квазістаціонарний ?

$$\tau/t \gg 1$$

Прольотний час: $t=L/v_m$

$$R_a=20\text{cm}$$
$$I_d=500\text{ kA}$$

$$r_{cp}=10\text{cm}$$
$$H=10^4\text{ Oe}$$
$$n_o=4 \cdot 10^{15}\text{ cm}^{-3}$$
$$V_m=5 \cdot 10^7\text{ cm/s}$$

$$v_m = (2)^{1/2} v_{A0} = H_o / (2\pi\rho)^{1/2}$$

$$I_i = e r_{cp}^2 n_o v_m \sim 3 \cdot 10^6\text{ A}$$

$$R \gg h$$

Quasi-Steady-State Plasma Flows

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) \vec{v} \right) &= -\nabla p + \frac{1}{c} [\vec{j}, \vec{H}] & \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} &= \text{rot}[\vec{v}, \vec{H}] & j &= \frac{c}{4\pi} \text{rot} \vec{H} \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \rho \vec{v} &= 0 & p &= p_0 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma & \text{div} \vec{H} &= 0 \end{aligned}$$

In the case of **stationary axial-symmetric flow**: $\frac{\partial}{\partial t} = 0$, $H_r = H_z = 0$, $v_\theta = 0$.

The **plasma flow is divided into flux tubes with a width $h=h(z)$** .

Under these assumptions **three conservation laws** (holding true for each flux tube) follow from the system of Equations mentioned above.

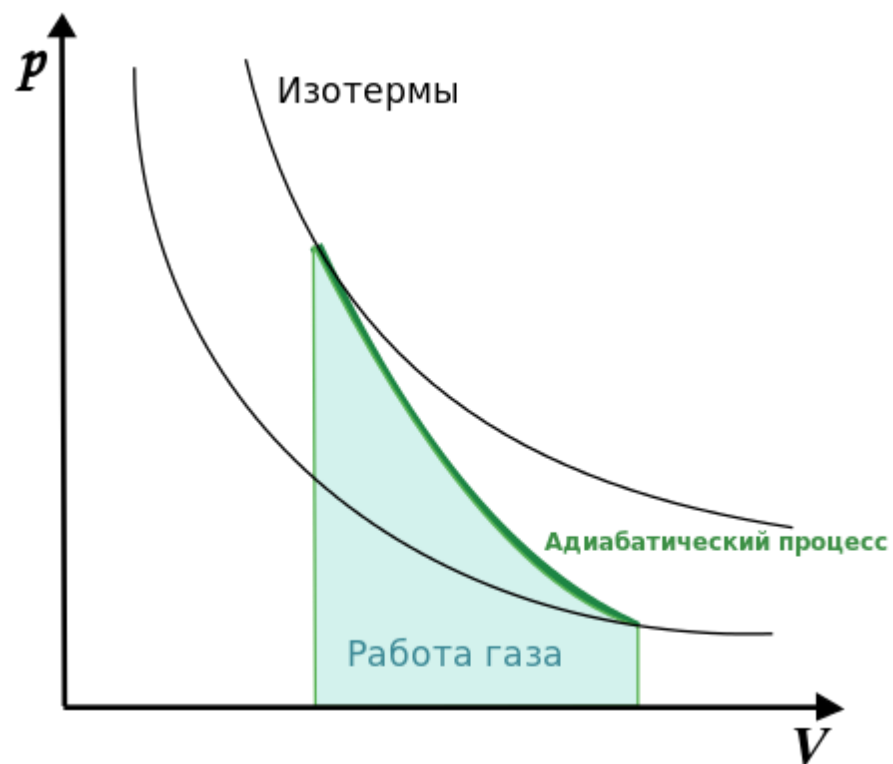
$$\frac{v^2}{2} + \int \frac{dp}{\rho} + \frac{H^2}{4\pi\rho} = \text{const} \equiv U \quad \begin{array}{l} \text{- Bernoulli equation} \\ \text{Conservation of full energy in the flow} \end{array}$$

$$i(\rho) \equiv \int \frac{dp}{\rho} = \frac{p_0}{\rho_0} \frac{\gamma}{\gamma-1} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\gamma-1}$$

$$\frac{H}{\rho} = \text{const} \equiv \varkappa \quad \text{- Freezing-in azimuth magnetic flux into plasma}$$

$$\rho v h = \text{const} \equiv \dot{m} \quad \text{- Mass conservation law}$$

Довідково:



For $z=0$ and $v \rightarrow 0$ one possible to find **the CONSTANT of Bernoulli**

$$U \equiv \frac{H_0^2}{4\pi\rho_0}(1+\mu),$$

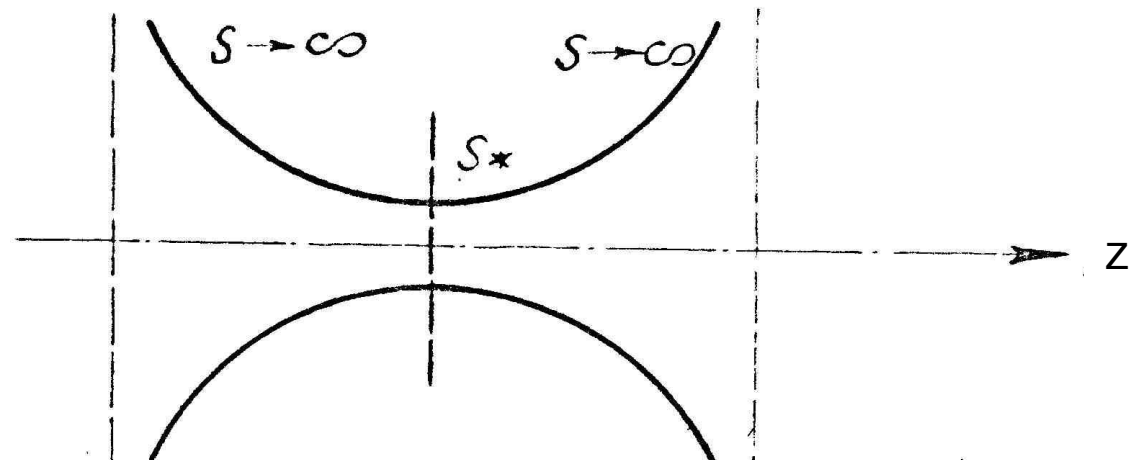
Here: $\mu \equiv \frac{i_0^2}{c_{A0}^2}$, $c_A^2 = \frac{H^2}{4\pi\rho}$ – Alfvén velocity

$$h = \frac{\dot{m}}{\rho v}$$

$$\rho \rightarrow \rho_0, v \rightarrow 0$$

$$\rho \rightarrow 0, v \rightarrow v_{\max}$$

min h ,



$dU > 0$	$dU > 0$	$dU > 0$
$dS < 0$	$dS = 0$	$dS > 0$
$U < C_T$	$U = C_T$	$U > C_T$

$$\rho v S = \dot{m} = \text{const};$$

$$\frac{v^2}{2} + i(p) = i_0 = \text{const}.$$

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dv}{v} + \frac{dS}{S} = 0; \quad v dv + c_T^2 \frac{d\rho}{\rho} = 0.$$

Исключая отсюда $d\rho$, получаем связь dv с dS :

$$\left(\frac{v^2}{c_T^2} - 1 \right) \frac{dv}{v} = \frac{dS}{S}.$$

$$(v^2 - c_s^2) \frac{dv}{v} = c_T^2 \frac{d(rf)}{rf} + c_A^2 \frac{d(f/r)}{f/r}.$$

Здесь c_s — скорость сигнала (быстрого звука):

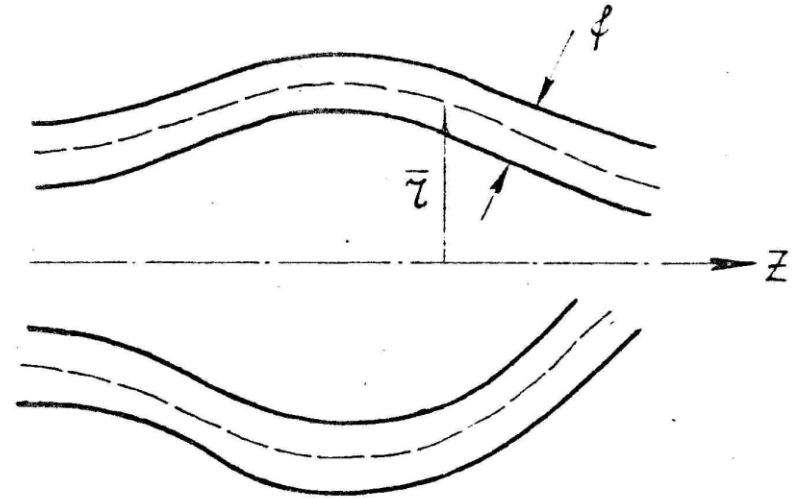
$$c_s^2 = c_T^2 + c_A^2; \quad c_A^2 \equiv \frac{H^2}{4\pi\rho}.$$

$$r=r(z)$$

$$\frac{v^2}{2} + \int \frac{dp}{\rho} + \frac{H^2}{4\pi\rho} = \text{const} \equiv U$$

$$\frac{H}{\rho r} = \text{const} \equiv \alpha$$

$$\rho v f r = \text{const} \equiv \dot{m}$$

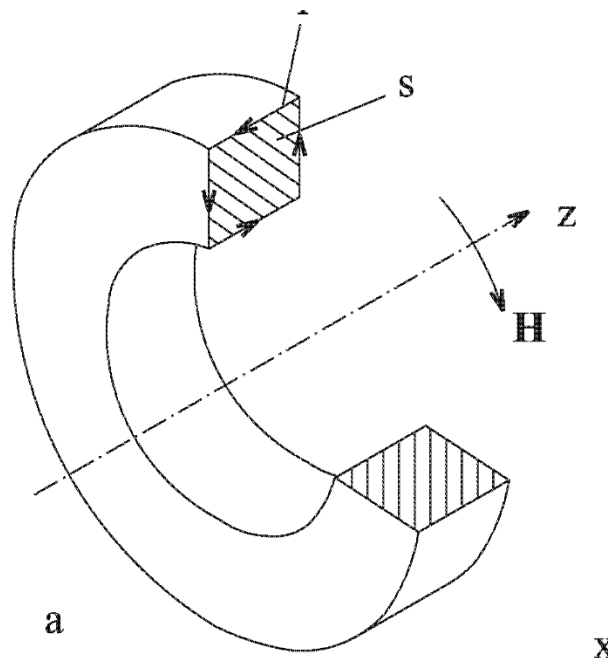
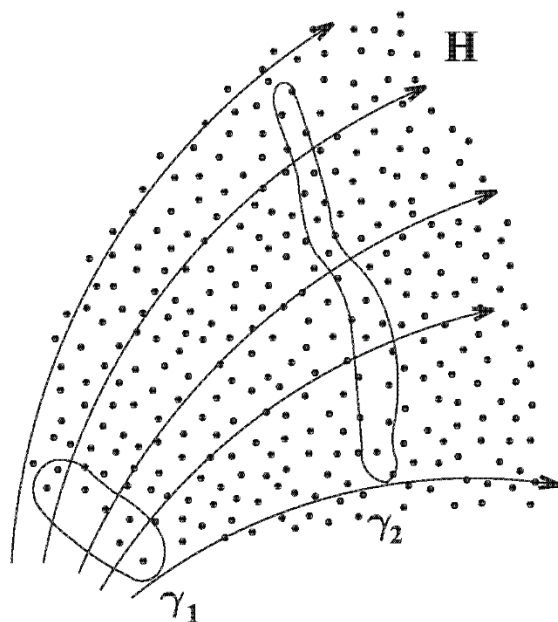


$$H=0$$

$$\frac{v^2}{2} + i(\rho) = i(\rho_0)$$

$$v_{\max} = \sqrt{2i(\rho_0)} = C_{To} \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1}}$$

$$C_{To}^2 \equiv \gamma \frac{p_0}{\rho_0}$$



macca $\mu = 2\pi r S \rho$

$$\Phi = H S$$

$$\kappa \equiv 2\pi \frac{\Phi}{\mu} = \frac{H}{\rho r} = \text{const.}$$

$$i(\rho_0) \ll \frac{H_0^2}{4\pi\rho_0}$$

$$\frac{v^2}{2} + \frac{H^2}{4\pi\rho} = \frac{H_0^2}{4\pi\rho_0}$$

$$\frac{v^2}{2} + \frac{H_0^2}{4\pi\rho_0} \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{H_0^2}{4\pi\rho_0}$$

$$\rho \rightarrow 0$$

For $\mu \ll 1$ at $z = 0$ all flow energy is concentrated in the magnetic field.

In the process of plasma flow, for $Z > 0$, one possible to have **two extreme cases**:

$$\frac{H^2}{4\pi\rho} \rightarrow \frac{v^2}{2}$$

- Purely **accelerating regime** with maximum velocity:

$$v_{max} = (2)^{1/2} v_{A0} = H_0 / (2\pi\rho)^{1/2}$$

$$\frac{H^2}{4\pi\rho} \rightarrow i(\rho)$$

- Purely **compression regime** with

$$i(\rho_{max}) = U = C_{A0}^2 \quad \frac{\rho_{max}}{\rho_0} = \left[(\gamma - 1) \frac{c_{A0}^2}{c_{T0}^2} (1 + \mu) \right]^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad \text{Here } c_{T0} = \sqrt{\gamma \frac{p_0}{\rho_0}} \text{ is sound velocity,}$$

γ - ratio of specific heats

(For adiabatic compression of hydrogen ($\gamma = 5/3$) $c_{A0} = 10^8$ cm/s, $c_{T0} = 10^6$ cm/s the maximum value of compression is of an order $5 \cdot 10^5$).

$$T_{\max} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{H_0^2}{4\pi\rho_0} \frac{M}{k} (1 + \mu)$$

k - константа Больцмана

$$C_{A0} \sim 10^8 \text{ cm/s}$$

$$T = T_e + T_i \sim 5 \text{ keV}$$

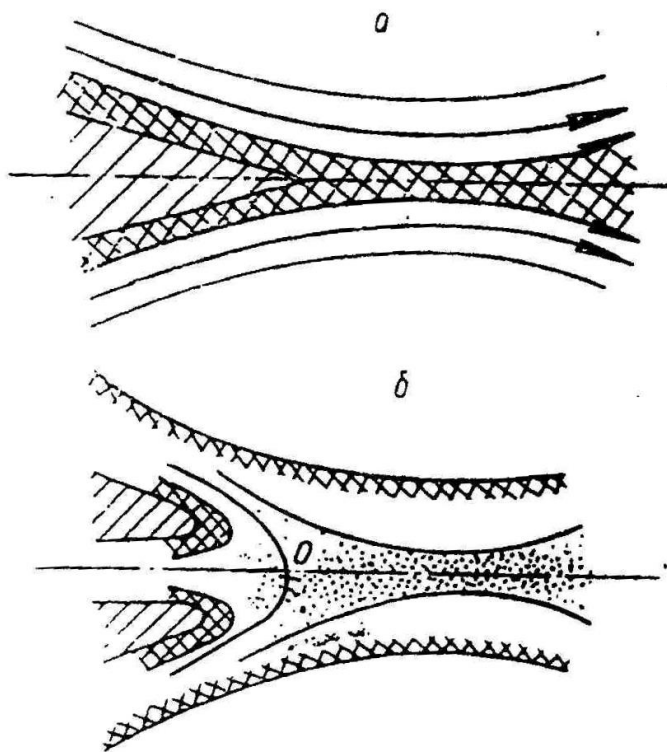


Рис. 7. Течение плазмы вблизи конца катода без дивертора (а) и с дивертором (б). Область, занятая примесями, отмечена перекрестной штриховкой

$$\frac{\vec{j}}{\sigma} = \mathbf{E} + \frac{\vec{v}}{c} \times \mathbf{B} + \frac{\nabla p_e}{en} - \frac{1}{enc} \mathbf{j} \times \mathbf{B}$$

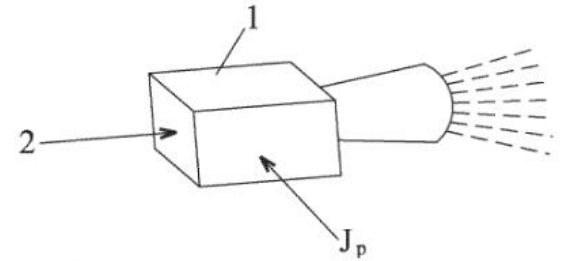


Рис. 3.2.1. К определению интегрального параметра обмена: 1 — проточная плазмодинамическая система; 2 — входящий поток рабочего вещества; J_p — электрический ток

$$\mathbf{j} \rightarrow -\mathbf{j}, \mathbf{B} \rightarrow -\mathbf{B}$$

$$R_m = \frac{4\pi\sigma_0 v_0 L}{c^2}$$

$$\xi = \frac{I}{I_m} = \frac{MI}{em}$$

$$I_m = \dot{m} \frac{e}{M}$$

$$\Omega = \frac{\{\mathbf{j}/\sigma\}}{\{\mathbf{E}\}}.$$

$$\xi_{\text{ЛОК}} = \frac{\{\mathbf{u}\}}{\{\mathbf{v}\}}.$$

$$\varepsilon = \frac{Mv_0^2}{2} = \xi\eta U_d$$

$$\dot{m} \frac{v_0^2}{2} = \eta U_d I_d$$

$$R_m = \frac{\left\{ \frac{[\vec{v}\vec{H}]}{c} \right\}}{\left\{ \frac{j}{\sigma} \right\}}$$

$$\{rot\vec{H}\} = \frac{\{\vec{H}\}}{L} = \frac{4\pi}{c} \{\vec{j}\}$$

$$R_m = \frac{4\pi\sigma_0\nu_0 L}{c^2}$$

$$\omega_e\tau_e = \frac{\left\{ \frac{[\mathbf{j}, \mathbf{H}]}{enc} \right\}}{\left\{ \frac{j}{\sigma} \right\}} = \left\{ \frac{\boldsymbol{\sigma}H}{enc} \right\}.$$

$$\sigma = e^2 n_e \tau / m,$$

$$\left\{ \frac{\boldsymbol{\sigma}H}{en_e c} \right\} = \left\{ \frac{eH\tau}{mc} \right\} = \{\omega_e\tau_e\}$$

τ- время своб пробега электронов

$$\operatorname{div} \vec{v}_i = 0, \quad \operatorname{div} \vec{v}_e = 0 \quad \text{a)}$$

$$M \frac{d\vec{v}_i}{dt} = -\nabla \varphi + \frac{1}{c} [\vec{v}_i, \vec{H}] - \frac{\nabla p_i}{en} \quad \text{б)}$$

$$0 = -\nabla \varphi + \frac{\nabla p_e}{en} + \frac{1}{c} [\vec{v}_e, \vec{H}];$$

$$p_e = p_e(n); \quad p_i = p_i(n), \quad \text{в)}$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \frac{4\pi}{c} en(\vec{v}_i - \vec{v}_e). \quad \text{г)}$$

$$rv_z = \frac{\partial \psi}{\partial r}; \quad rv_r = -\frac{\partial \psi}{\partial z}$$

⇒ Рівняння траєкторій:

$$\Psi_i(r, z) = \text{const}; \quad \Psi_e(r, z) = \text{const.}$$

$$\mathbf{E} + \frac{\vec{v}_e \times \mathbf{H}}{c} = 0$$

$$\frac{Mv_i^2}{2} + e\varphi = U_i(\psi_i)$$

$$\varphi = \varphi(\Psi_e)$$

$$-e\varphi = U_e(\Psi_e)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} rnv_r^{i,e} + \frac{\partial}{\partial z} rnv_z^{i,e} = 0$$

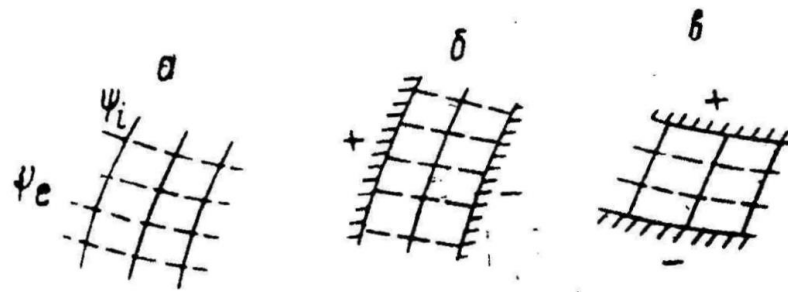


Рис. 5. Ионные и электронные траектории (а) и расположение электродов вдоль ионных (б) и вдоль электронных траекторий (в)

$$rH = \frac{4\pi e}{c}(\psi_i - \psi_e) + const$$

$$0 = U'_e(\psi_e) - \frac{eH}{crn}$$

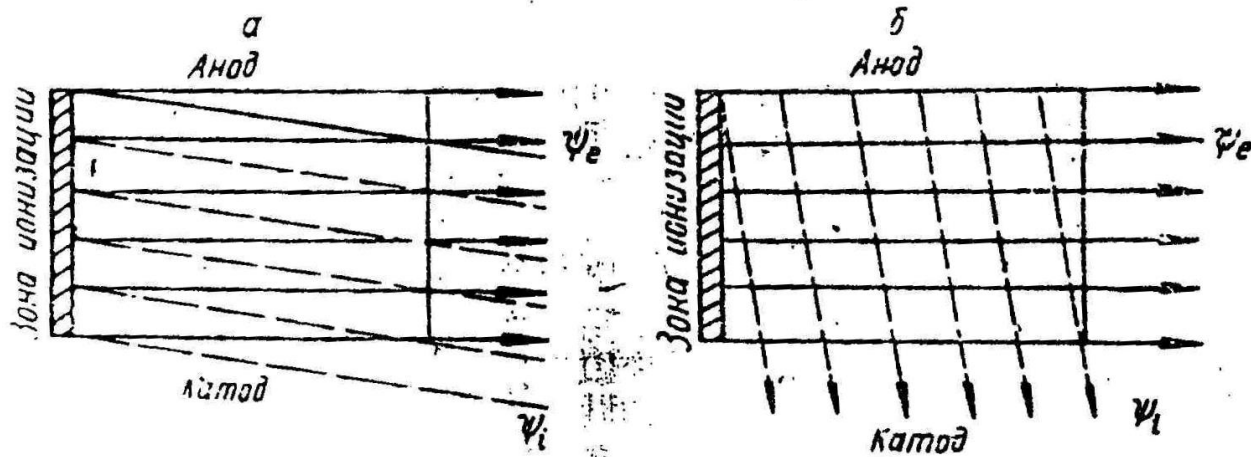


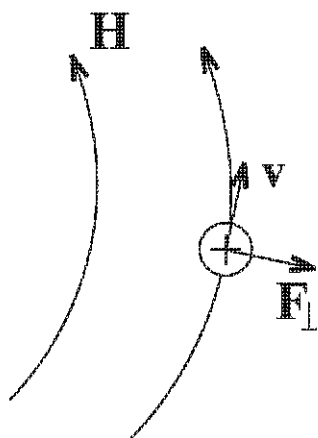
Рис. 6. Эпюры ускорителя (компрессора) при малом (а) и большом (б) параметрах обмена

Аналогія формалізму функцій потоку з
одночастковим (дрейфовим) наближенням

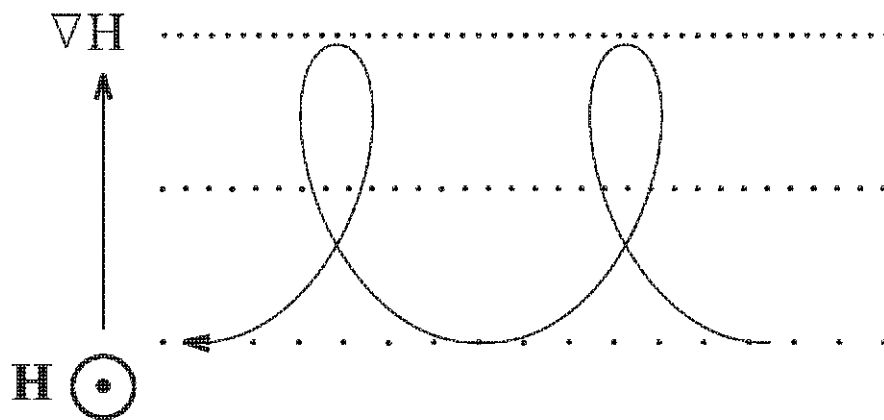
$$\frac{d\vec{R}}{dt} = v_{II} \frac{\vec{H}}{|H|} + \vec{U}_E + \frac{Mc}{e} \left[\frac{d\vec{U}_E}{dt}, \vec{H} \right] \frac{1}{H^2}$$

$$\vec{U}_E = \frac{c[\vec{E}, \vec{H}]}{H^2}$$

$$U_E = c \frac{E}{H}$$

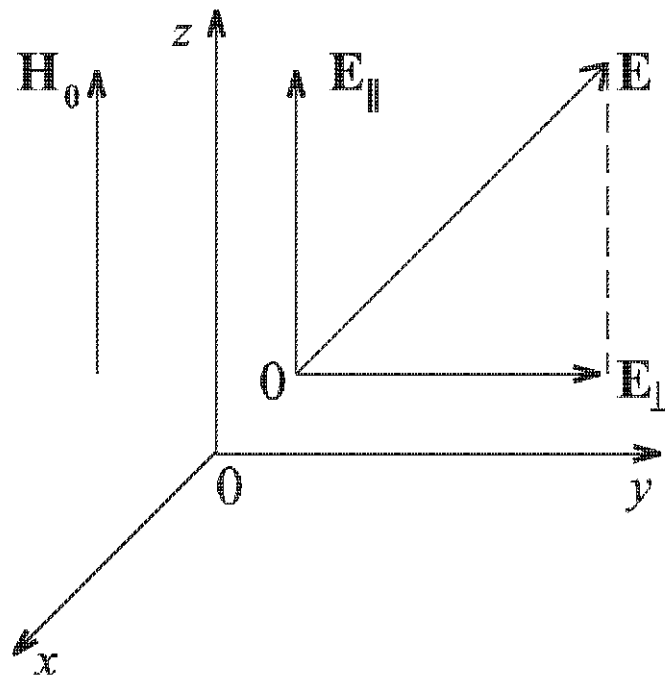


а



б

Составляющие магнитного дрейфа: а — центробежный дрейф; б — градиентный дрейф



$$\mathbf{v}_\perp = \mathbf{u}_E + \mathbf{v}_1,$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_\parallel + \mathbf{v}_\perp.$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_\parallel + \mathbf{E}_\perp.$$

$$z = z_0 + V_{\parallel 0}t + \left(\frac{eE_\parallel}{m}\right)\frac{t^2}{2}$$

$$\mathbf{u}_E = \frac{c\left[\mathbf{E},\mathbf{H}\right]}{H^2}.$$

U_e не зависит от e, m

$$\mathbf{u} < \mathbf{c} \quad (E_{\perp} < H)$$

$$\frac{(\rho_H / L)^2}{(\omega_H T)^2} \ll 1,$$

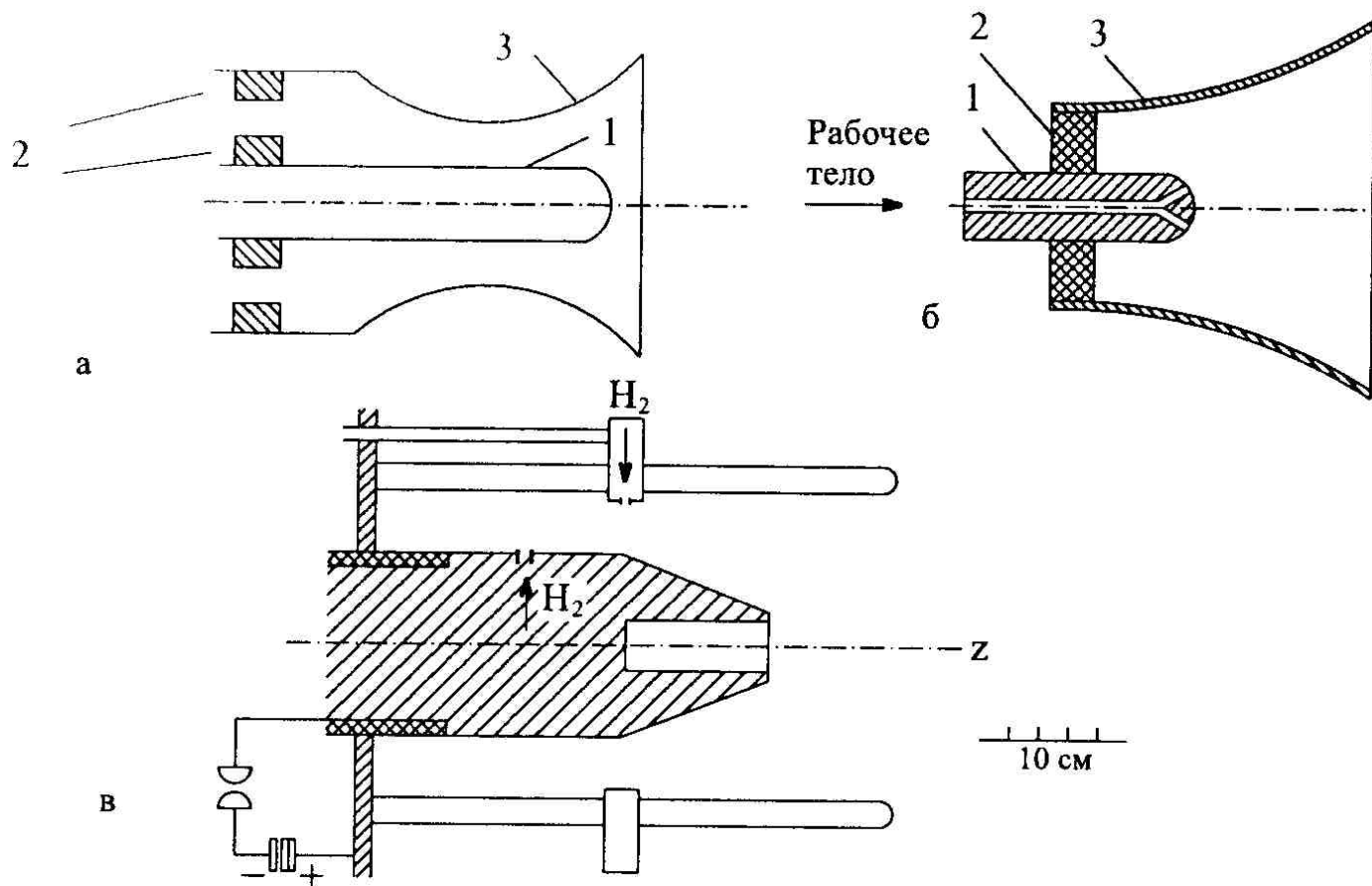
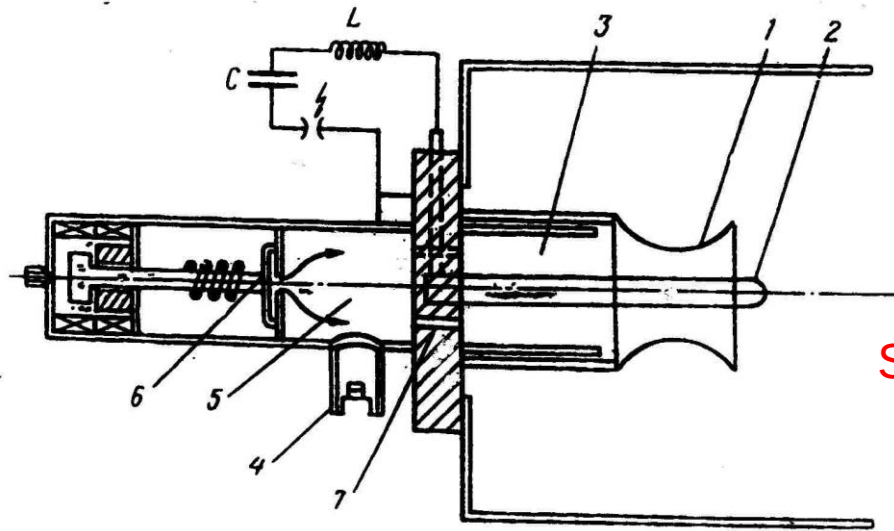


Рис. 3.7.3. Одноступенчатые коаксиальные ускорители с собственным магнитным полем и со сплошными электродами: а — “коаксиал”, б — торцевой сильноточный ускоритель (ТСУ), 1 — катод, 2 — диэлектрик, 3 — анод, в — магнито-плазменный компрессор (МПК)

Simplified QSPA (with solid electrodes)



Sub-critical and post-critical regimes
CVC
Crisis of current

Experiments in simplified QSPA with non-transparent coaxial electrodes, revealed some undesirable effects

- “anode current creep”),
- instability of the ionization zone,
- high erosion of electrodes (cathode potential jump) etc.,

resulted in disturbance of the accelerating process. All these effects, restricting the plasma parameters to be achieved, were avoided in two-stage accelerator with semi-transparent active or passive electrodes-transformers. One of the most powerful such a full-block QSPA (QSPA Kh-50) was installed in the IPP NSC KIPT.