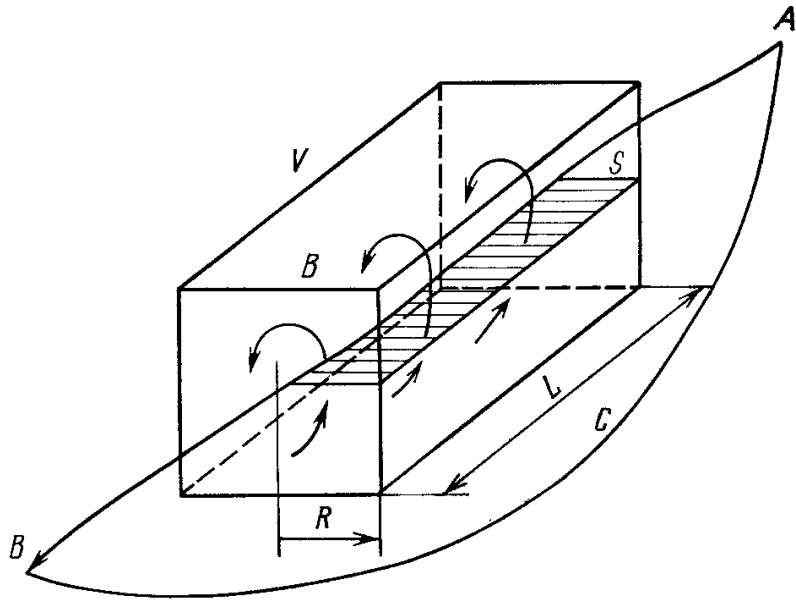


ІНДУКЦІЙНЕ ПРИСКОРЕННЯ



$$\text{rot } \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t$$

$$\oint_{ABCA} \mathbf{E} d\mathbf{r} = - \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} d\mathbf{S} = - \frac{\partial \Phi}{\partial t},$$

$$\Phi = \int \mathbf{B} d\mathbf{S}$$

Φ - магнітний потік

приріст енергії

$$\Delta \mathcal{E} = -e \partial \Phi / \partial t,$$

$$|\partial \Phi / \partial t| \approx \Phi_{\text{макс}} / T,$$

$$\Phi_{\text{макс}} = B_{\text{макс}} L R,$$

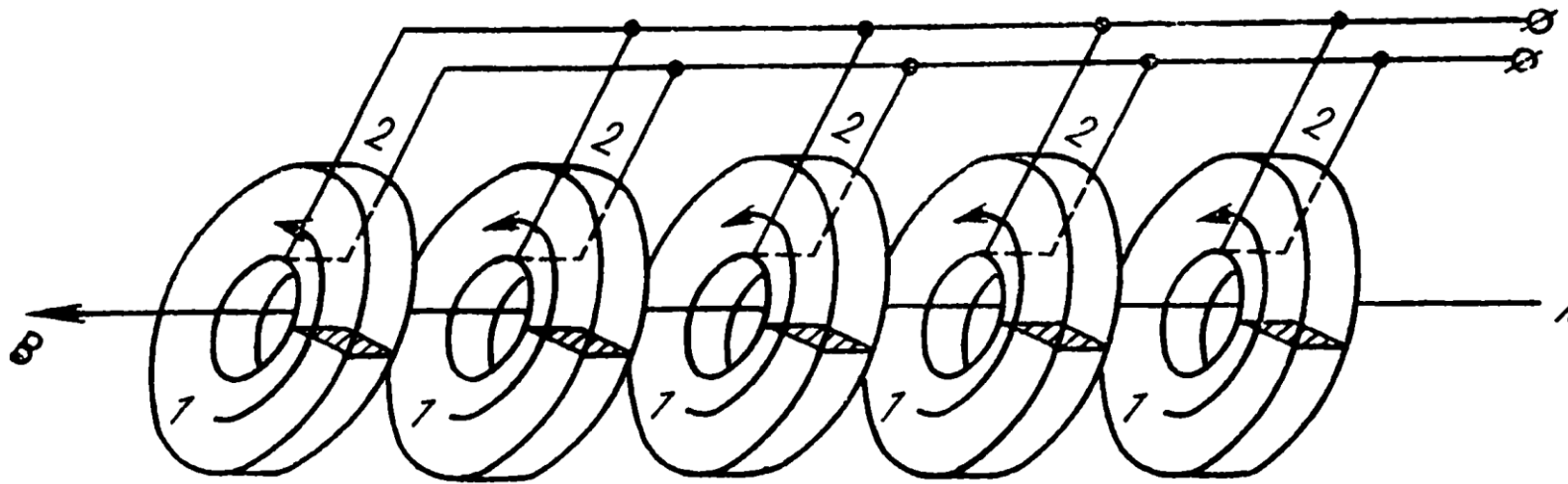


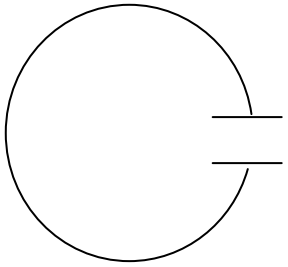
Схема лінійного індукційного прискорювача

1 – феромагнітні індуктори

2 – витки збудження магнітного потоку

AB – траєкторія частинки, що прискорюється

АВТОФАЗУВАННЯ В ЦИКЛІЧНИХ ПРИСКОРЮВАЧАХ

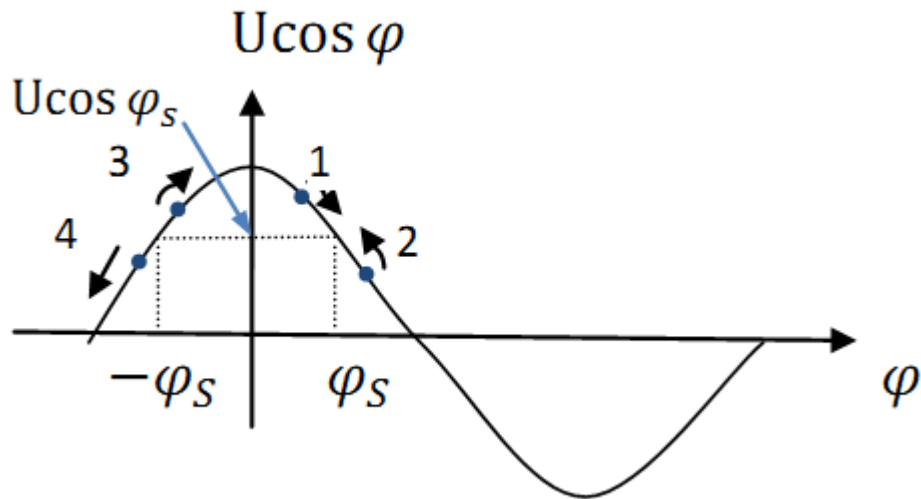


$$U \cos(\omega_0 t) \quad \omega_0 = \omega_s$$

$$\Delta \varepsilon = e U \cos \varphi \quad \varphi = \omega_0 t$$

$$\Delta \varepsilon_s = e U \cos \varphi_s$$

$$T = \frac{2\pi\varepsilon}{ecH}$$



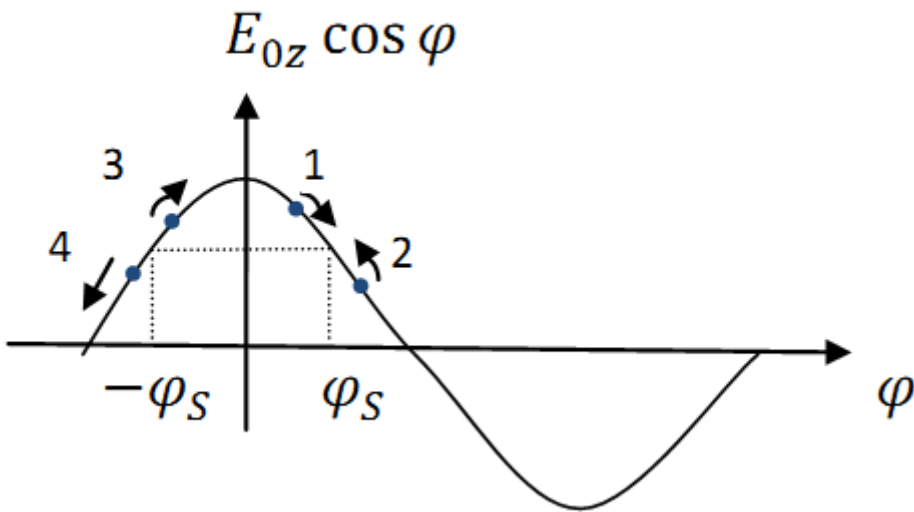
АВТОФАЗУВАННЯ В ЛІНІЙНИХ ПРИСКОРЮВАЧАХ

$$\frac{d\varepsilon}{dz} = eE_{0z}\cos(kz - \omega t + \varphi_s) = eE_{0z}\cos\varphi$$

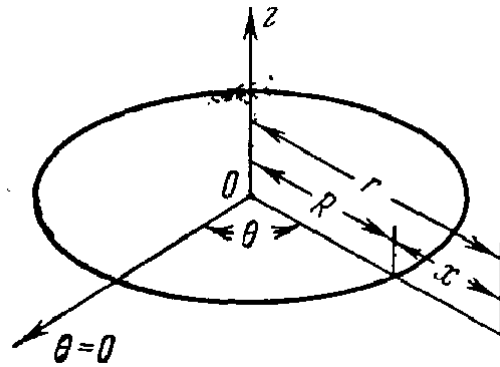
$$\varphi = kz - \omega t + \varphi_s, \quad k = \frac{\omega}{v_\phi}, \quad z = v_q t$$

$$\varphi = \omega t \left(\frac{v_q}{v_\phi} - 1 \right) + \varphi_s$$

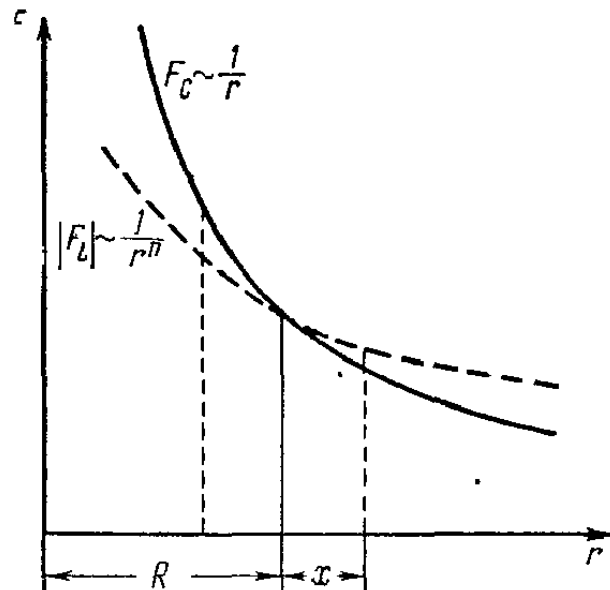
$$\Delta\varepsilon = \varepsilon - \varepsilon_s$$



ПОПЕРЕЧНА СТІЙКІСТЬ І ФОКУСУВАННЯ



$$mv^2/R = evB.$$



$$r = R + x$$

$$F_x = \frac{mv^2}{r} - evB_z(r) \approx \frac{mv^2}{R} - evB_0 - \frac{mv^2}{R^2}x - ev \left. \frac{\partial B_z}{\partial r} \right|_{\substack{z=0 \\ r=R}} x + \dots,$$

$$n = - (R/B_0) \left. (\partial B_z / \partial r) \right|_{\substack{z=0 \\ r=R}}$$

$$F_x \simeq - (1 - n) mv^2 x / R^2,$$

$$F_C = \frac{mv^2}{R}, \quad F_L = evB_z$$

$$F_x = F_C - F_L$$

$$n < 1,$$

$$F_z = evB_r(z, r) \approx ev \frac{\partial B_r}{\partial z} \bigg|_{\substack{z=0 \\ r=R}} z + \dots,$$

$$\text{rot } \mathbf{B}=0, \quad \frac{\partial B_r}{\partial z} \bigg|_{\substack{z=0 \\ r=R}} = \frac{\partial B_z}{\partial r} \bigg|_{\substack{z=0 \\ r=R}} = -n \frac{B_0}{R},$$

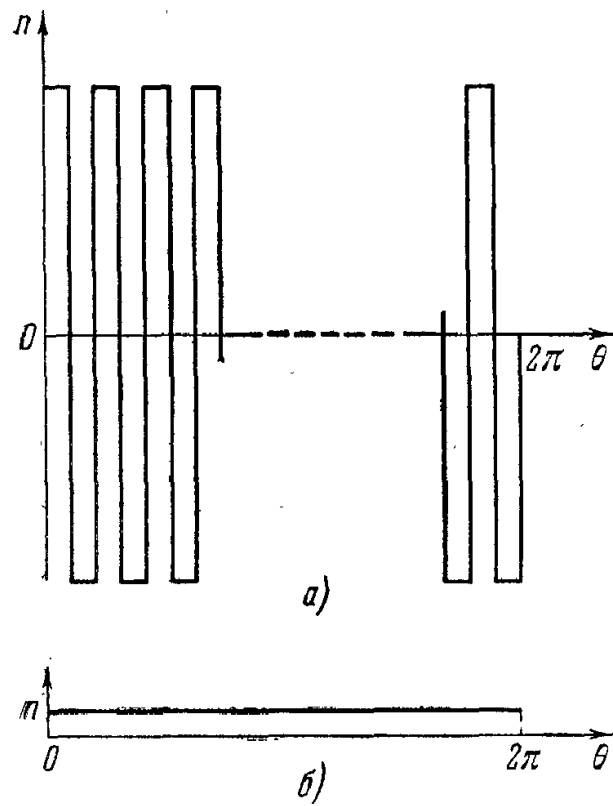
$$F_z = -nmv^2 z / R^2. \quad n > 0.$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 (1 - n) x = 0, \quad \omega = \frac{eB_z(R)}{mc}.$$

$$\frac{d^2 z}{dx^2} + \omega^2 n z = 0.$$

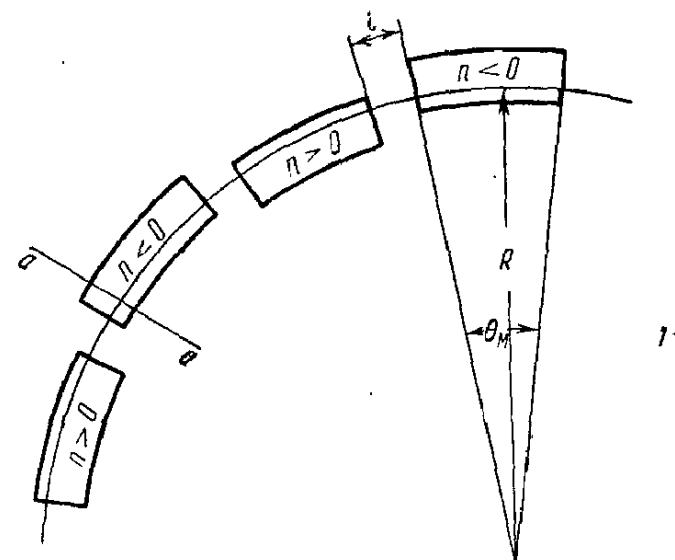
$$0 < n < 1.$$

weak focusing

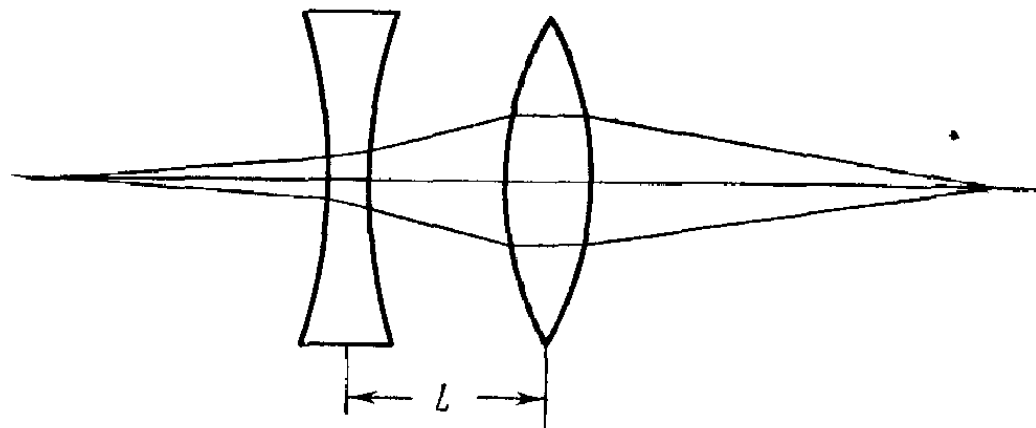


$$n \ll -1$$

$$n \gg 1$$



strong focusing



$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{L}{f_1 f_2},$$

f_1, f_2, F - фокусні відстані лінз

$$f_2 = -f_1 = f,$$

$$F = \frac{|f|^2}{L}$$

ОПИС СИСТЕМИ ЧАСТИНОК У ФАЗОВОМУ ПРОСТОРИ

Фазова площина $(\mathcal{P}, \mathcal{Q})$

$$d\mathcal{P}/dt = -\partial\mathcal{H}/\partial\mathcal{Q}; \quad d\mathcal{Q}/dt = \partial\mathcal{H}/\partial\mathcal{P},$$

Фазові траєкторії

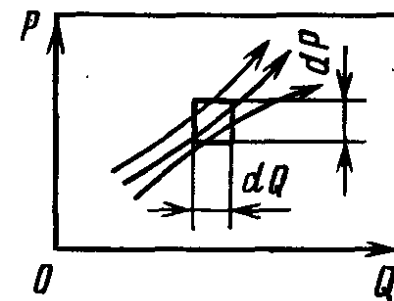
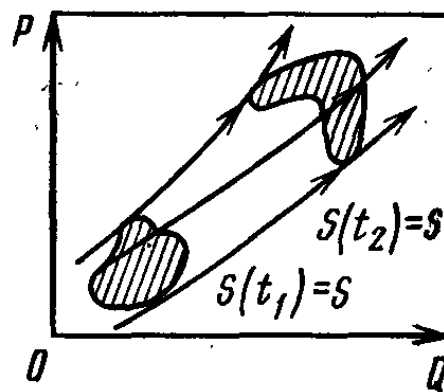
$$\frac{d}{dt} \mathcal{H} = \frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\mathcal{P}} \frac{d\mathcal{P}}{dt} + \frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\mathcal{Q}} \frac{d\mathcal{Q}}{dt} = 0. \quad \mathcal{H}(\mathcal{P}, \mathcal{Q}, t) = \text{const.}$$

Теорема Ліувілля

$$d\mathcal{P}d\mathcal{Q} \quad f(\mathcal{P}, \mathcal{Q}, t)d\mathcal{P}d\mathcal{Q}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} = & -\frac{\partial}{\partial\mathcal{Q}} (f\dot{\mathcal{Q}}) - \frac{\partial}{\partial\mathcal{P}} (f\dot{\mathcal{P}}) = -\dot{\mathcal{Q}} \left(\frac{\partial f}{\partial\mathcal{Q}} \right) - \\ & - \dot{\mathcal{P}} \frac{\partial f}{\partial\mathcal{P}} - f \left[\frac{\partial\dot{\mathcal{Q}}}{\partial\mathcal{Q}} + \frac{\partial\dot{\mathcal{P}}}{\partial\mathcal{P}} \right]. \end{aligned}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \dot{\mathcal{Q}} \frac{\partial f}{\partial\mathcal{Q}} + \dot{\mathcal{P}} \frac{\partial f}{\partial\mathcal{P}} \equiv \frac{df}{dt} = 0.$$



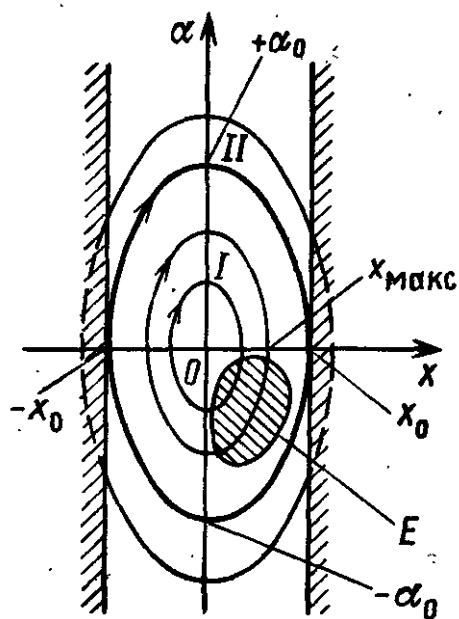
$$\oint \mathcal{P}d\mathcal{Q} = \text{inv},$$

$$\frac{d}{ds} p \frac{dx}{ds} + p \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 x = 0.$$

x, α

$$\alpha \simeq dx/ds.$$

$$\frac{dx}{ds} = \alpha = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \alpha}; \quad \frac{d\alpha}{ds} = - \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 x = - \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x}$$



$$\mathcal{H} = \frac{\alpha^2}{2} + \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \frac{x^2}{2},$$

$$x_{\text{макс}} = \lambda \sqrt{2\mathcal{H}/2\pi}$$

$$\mathcal{A} = \pi x_0 \alpha_0 = (2\pi^2/\lambda) x_0^2,$$

$$\mathcal{A} \geq \epsilon \text{ или } \lambda \leq 2\pi^2 x_0^2 / \epsilon.$$

ОСНОВИ ЕЛЕКТРОДИНАМІКИ ЛІНІЙНИХ ПРИСКОРЮВАЧІВ

$r, \theta, z,$

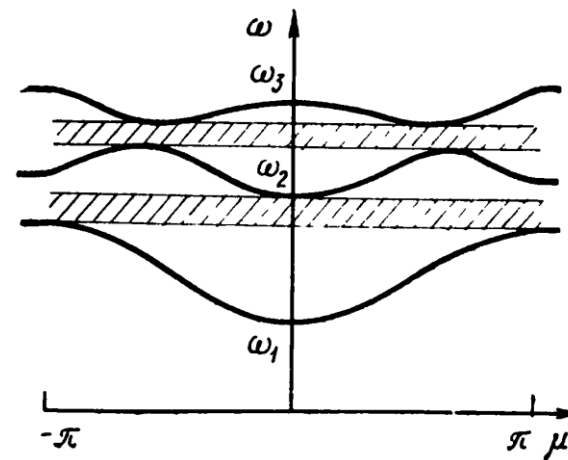
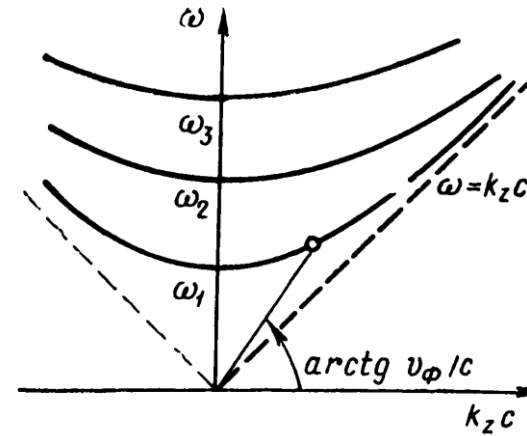
$\exp(-i\omega t),$

$E(r, z, t) = E(r, z) \exp(-i\omega t);$

$E(r, z) = e(r) \exp(ik_z z);$

$\omega^2 - k_z^2 c^2 = \omega_i^2 = \text{inv. } \omega(k_z), \quad v_\phi = \omega/k_z,$

$E(r, z + d) = E(r, z) \exp(i\mu);$



$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 0 \quad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0.$$

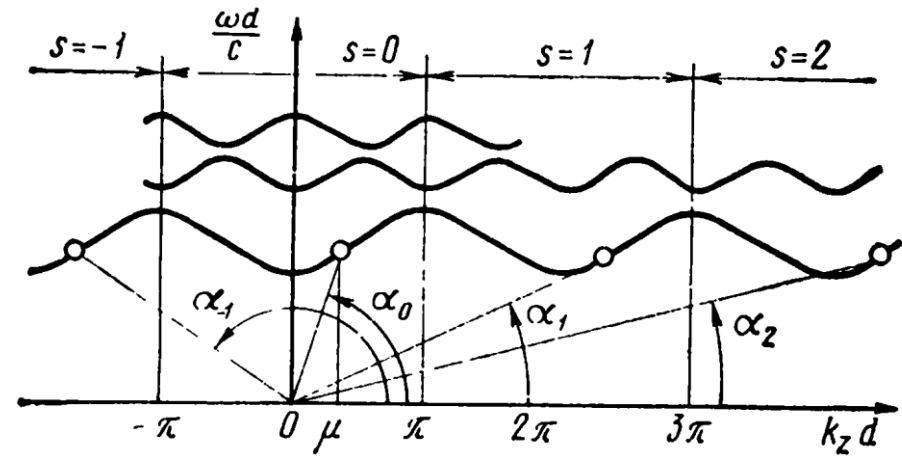
$$\Delta \mathbf{E} + (\omega^2/c^2) \mathbf{E} = 0.$$

$$E_z = e_z(r, z) \exp(i\mu z/d).$$

$$e_z(r, z) = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} E_s(r) \exp(is \cdot 2\pi z/d).$$

$$E_s(r) \exp[i(\mu + 2\pi s)z/d - i\omega t],$$

$$k_{zs} = (\mu + 2\pi s)/d$$

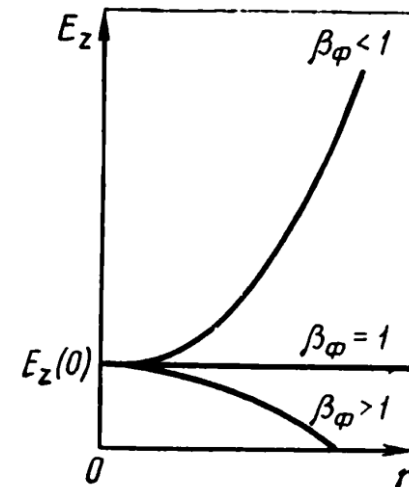


$$v_{\phi s} = \omega/k_{zs} = \omega d/(\mu + 2\pi s).$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} E_s(r) + \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k_{zs}^2 \right) E_s(r) = 0,$$

$$J_0 \left(r \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - k_{zs}^2} \right) \quad v_{\phi s} = \omega/k_{zs} > c,$$

$$\begin{aligned} E_s(r) &= E_s(0) I_0 \left(r \sqrt{k_{zs}^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} \right) = \\ &= E_s(0) I_0 \left(r \frac{\omega}{c} \sqrt{\beta_{\phi s}^{-2} - 1} \right), \end{aligned}$$



$$P = \int_s \mathbf{S} \, ds,$$

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} [\mathbf{E}(r, z, t) \times \mathbf{B}(r, z, t)].$$

$$\overline{\mathbf{S}} = \frac{1}{4\mu_0} ([\mathbf{E}\mathbf{B}^*] + [\mathbf{E}^* \mathbf{B}]).$$

$$\omega = \frac{1}{2} [\varepsilon_0 \overline{E^2(r, z, t)} + (1/\mu_0) \overline{B^2(r, z, t)}]$$

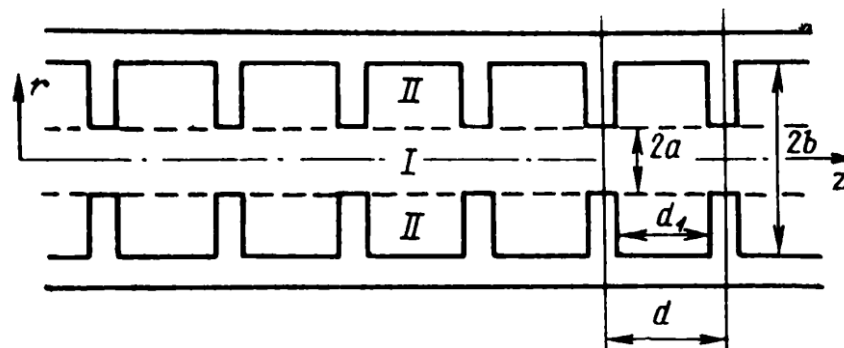
$$P = v_{\text{rp}} \int \omega ds.$$

$$P = \frac{\partial \omega}{\partial \mu} \int_V \omega dV = \frac{v_{\text{rp}}}{d} \int_V \omega dV,$$

$$v_{\text{rp}} = (\partial \omega / \partial \mu) d.$$

$${}^1E_z(r, z) = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} E_s(0) I_0(p_s r) \exp(i k_{zs} z),$$

$$k_{zs} = (\mu + 2\pi s)/d; p_s = (k_{zs}^2 - \omega^2/c^2)^{1/2}.$$



РЕЛЯТИВІСТСЬКИЙ ПУЧОК БЕННЕТА-БУДКЕРА

$$v_i = 0$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r E_r = 4\pi e (n_e - n_i)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r H_\varphi = 4\pi e \frac{v_e}{c} n_e$$

$$F_{re} = e \left(E_r - \frac{v_e}{c} H_\varphi \right) = 2\pi e^2 r [n_e (1 - \beta_e^2) - n_i] = 2\pi e^2 r \left(\frac{n_e}{\gamma^2} - n_i \right)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_e^2}}$$

$$F_{ri} = -e E_r = 2\pi e^2 r (n_i - n_e)$$

Стабільність

Для електронів $n_i > n_e \gamma^{-2}$

Для іонів $n_i < n_e$

$$1 < \frac{n_e}{n_i} < \gamma^2$$

Самофокусована система «електронний пучок + іони»